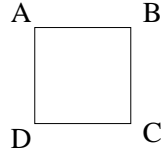
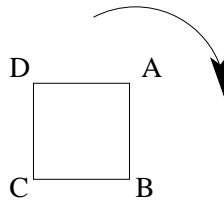


Un carré dans tous les sens

Considérons le carré suivant :



Faisons-lui subir un quart de tour vers la droite autour de son centre :



Globalement, le carré est resté inchangé, mais les points occupent des positions différentes.

De la même manière, si l'on effectue une symétrie autour d'un axe vertical passant par le centre du carré, il reste globalement inchangé, mais les points ont bougé.

Faites une liste de toutes les transformations que vous pouvez trouver, qui laissent ce carré invariant mais permutent ses sommets. Ces transformations sont appelées des *symétries* du carré.

Un procédé pour construire de telles transformations : par exemple, la rotation et la symétrie orthogonale ci-dessus peuvent être effectuées l'une après l'autre, on trouve une nouvelle symétrie du carré. Appelons cette méthode la *multiplication* de deux symétries.

Par exemple, la multiplication de deux rotations d'un quart de tour vers la droite fait une rotation d'un demi-tour.

Prenez toutes les symétries que vous avez trouvées, et dressez la table de multiplication des symétries du carré. (N'oubliez pas la symétrie particulière qui consiste à "ne rien faire"...))

Si a et b sont des symétries du carré, est-ce que la multiplication ab donne forcément le même résultat que la multiplication ba dans l'autre ordre ?

Comme on a une multiplication, on peut définir des puissances : par exemple, a^3 est égal à la transformation a que l'on fait trois fois de suite.

Prenez une symétrie du carré, élevez-la à la puissance 8. Que remarquez-vous ?

Reprenez toutes ces questions avec d'autres figures : triangle équilatéral, pentagone régulier, hexagone régulier... Trouvez-vous des lois générales ? Et dans l'espace (cube, tétraèdre régulier...) ?